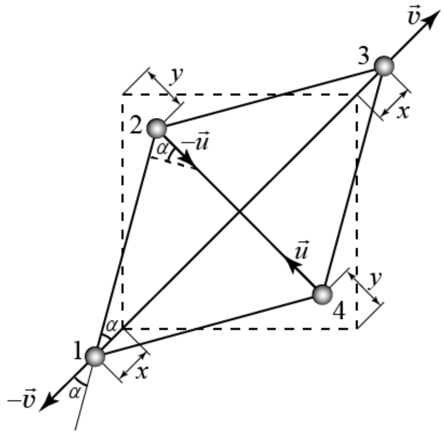
Problema 11.3

	Soluţie	Pun- ctaj
a)	Pentru observarea faptului că vitezele corpurilor ce se apropie și situate pe altă diagonală (notate cu *u*) sunt egale ca mărime cu vitezele corpurilor ce se îndepărtează, întrucât pentru proiecțiile vitezelor corpurilor pe fir (vezi figura) are loc relația $\lvert\vec{v}\rvert\cos\alpha = \lvert\vec{u}\rvert\sin\alpha \Rightarrow \lvert\vec{u}\rvert = \lvert\vec{v}\rvert ctg\alpha$, iar pentru *x* mici, $\alpha \approx 45^{\circ}$, $ctg\alpha \approx 1$, iar de aici rezultă că $\lvert\vec{u}\rvert \approx \lvert\vec{v}\rvert$. **(1.0 p.)** Pentru determinarea energiei cinetice a sistemului: $E_c = 2\frac{mv^2}{2} + 2\frac{mu^2}{2} \approx 2mv^2$ (1) **(0.5 p.)** 	**1.5p.**
b)	Pentru observarea faptului că la abaterea corpurilor 1 și 3 de la poziția de echilibru cu *x*, corpurile 2 și 4 se vor abate cu altă mărime *y*, iar aceste mărimi sunt legate între ele prin relația (vezi figura): $\left(\frac{l}{\sqrt{2}} + x\right)^2 + \left(\frac{l}{\sqrt{2}} - y\right)^2 = l^2$, (2) **(1.0 p.)** întrucât firele ce leagă corpurile sunt inextensibile. Pentru observarea faptului că energia potențială a sistemului este egală cu suma energiilor de interacțiune a tuturor perechilor de sarcini: $E_p = E_{p12} + E_{p13} + E_{p14} + E_{p23} + E_{p24} + E_{p34}$ (3) **(1.0 p.)** și $E_{p12} = E_{p14} = E_{p23} = E_{p34} = q\varphi_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}$, (4) **(0.5 p.)** iar $E_{p13} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{2}l + 2x\right)}$, $E_{p24} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{2}l - 2y\right)}$. (5) **(0.5 p.)** Pentru obținerea cu ajutorul relațiilor (2), (3), (4) și (5) a expresiei: $E_p = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{2}l + 2x} + \frac{1}{\sqrt{4l^2 - \left(\sqrt{2}l + 2x\right)^2}}\right]$ **(1.0 p.)** Pentru obținerea expresiei energiei potențiale în cazul deplasărilor mici *x* ale corpurilor (cu ajutorul relațiilor aproximative $\frac{1}{1+a} \approx 1 - a + a^2$ și $\frac{1}{\sqrt{1+a}} \approx 1 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{8}a^2$, neglijând termenii proporționali mărimilor x^3 și x^4): $\boxed{E_p = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{3q^2x^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l^3}}$ **(1.5 p.)**	**5.5p.**
c)	Pentru scrierea expresiei legii conservării energiei: $E_c + E_p = \text{const.} \Rightarrow$ $\Rightarrow 2mv^2 + \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{3q^2x^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l^3} = \text{const.} \Rightarrow \boxed{2mv^2 + \frac{3q^2x^2}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l^3} = \text{const.}}$ **(1.0 p.)** întrucât mărimea $\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 l}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ este o mărime constantă. Petru observarea faptului că această ecuație coincide cu ecuația legii conservării energiei unui	**3.0p.**

	pendul elastic cu masa $M = 4m$ și constanta de elasticitate a resortului $k = \dfrac{3q^2}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l^3}$: $$\frac{Mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = const.$$ **(1.0 p.)** Pentru determinarea perioadei oscilațiilor sistemului: $$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 4\pi\frac{l}{q}\sqrt{\frac{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 ml}{3}}}$$ **(1.0 p.)**		
	Total max		**10.0p.**